



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală, 08 februarie 2025

Clasa a V -a

PROBLEMA 1

Calculați:

- a) $2024-2023+2022-2021+\dots-3+2-1$;
- b) $2024-2022+2020-2018+\dots-6+4-2$.

Supliment Gazeta Matematică

PROBLEMA 2

Nea Gogu are 500 de mere și pere. Dorind să aibă numai pere, face schimb cu nea Mărin. Acesta îi oferă 16 pere pentru fiecare 21 de mere. După schimb, nea Gogu are exact 400 de pere. Câte pere a avut nea Gogu la început?

PROBLEMA 3

Suma a două numere naturale este 183. Împărțind numărul mare la jumătatea numărului mic obținem câtul 5 și restul 15. Află care sunt cele două numere.

PROBLEMA 4

- a) Arătați că numărul $x = (3^{1+2+3+\dots+42} + 2 \cdot 3^{1+3+5+\dots+59}) : 29$ este cub perfect.
- b) Arătați că numărul x poate să fie scris ca o sumă de patru pătrate perfecte distincte nenule.

Notă: Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală, 08 februarie 2025

Clasa a V-a soluții și bareme

PROBLEMA 1

Calculați:

a) $2024-2023+2022-2021+\dots-3+2-1$;

b) $2024-2022+2000-1998+\dots-6+4-2$

a)

Gruparea termenilor în perechi și calcularea sumei fiecărei perechi $2024-2023=1, 2022-2021=1, 2020-2019=1$, etc1p

Identificarea numărului total de perechi care este 10121p

Calculul final al sumei $1012 \times 1 = 1012$ 1p

b)

Gruparea termenilor în perechi și calcularea sumei fiecărei perechi $2024-2022=2, 2000-1998=2, 1976-1974=2$, etc.1p

Identificarea numărului de termeni care este 1012 -101p

Identificarea numărului total de perechi care este 506-51p

Calculul final al sumei $501 \times 2 = 1002$ 1p

PROBLEMA 2

Nea Gogu are 500 de mere și pere. Dorind să aibă numai pere, face schimb cu nea Mărin. Acesta îi oferă 16 pere pentru fiecare 21 de mere. După schimb, nea Gogu are exact 400 de pere. Câte pere a avut nea Gogu la început?

$21 - 16 = 5$ mere pierde la fiecare schimb2p

$500 - 400 = 100$ de fructe pierdute în total1p

$100 : 5 = 20$ schimburi2p

$16 \cdot 20 = 320$ de pere a câștigat.1p

$400 - 320 = 80$ de pere avute la început1p

PROBLEMA 3

Suma a două numere naturale este 183. Împărțind numărul mare la jumătatea numărului mic obținem câtul 5 și restul 15. Află care sunt cele două numere.

$a+b = 183$ 1p

$a = \frac{b}{2} \cdot 5 + 15$ 1p

$\frac{5b}{2} + 15 + b = 183$ 1p

$\frac{7b}{2} + 15 = 183$ 1p

$\frac{7b}{2} = 168$ 1p



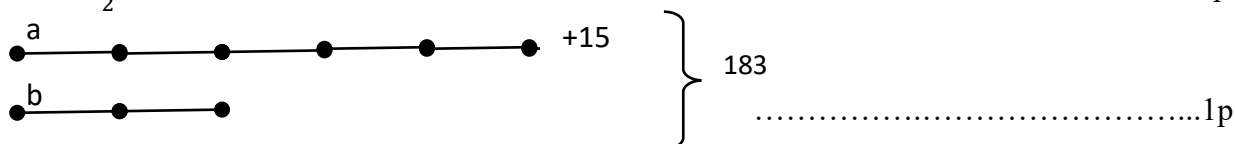
$b=48$ 1p

$a=135$ 1p

Metoda a II-a:

$a+b = 183$ 1p

$a = \frac{b}{2} \cdot 5 + 15$ 1p



$183 - 15 = 168$ (7 segmente egale)1p

$168 : 7 = 24$ (un segment)1p

$b = 24 \cdot 2 = 48$ 1p

$a = 24 \cdot 7 + 15 = 135$ 1p

PROBLEMA 4

a) Arătați că numărul $x = (3^{1+2+3+\dots+42} + 2 \cdot 3^{1+3+5+\dots+59}) : 29$ este cub perfect.

b) Arătați că numărul x poate să fie scris ca o sumă de patru pătrate perfecte distincte nenule.

a)

$1 + 2 + 3 + \dots + 42 = 903$ 1p

$1 + 3 + 5 + \dots + 59 = (1 + 59) \cdot 30 : 2 = 900$1p

$x = 3^{900} (3^3 + 2) : 29 = 3^{900} = (3^{300})^3$ 1p

b)

$3^{900} = 3^{896} \cdot 3^4$ 1p

$3^4 = 81 = 2^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$1p

$3^{896} = (3^{448})^2$ 1p

$x = (2 \cdot 3^{448})^2 + (4 \cdot 3^{448})^2 + (5 \cdot 3^{448})^2 + (6 \cdot 3^{448})^2$ 1p